Contrôle d'analyse II N°2

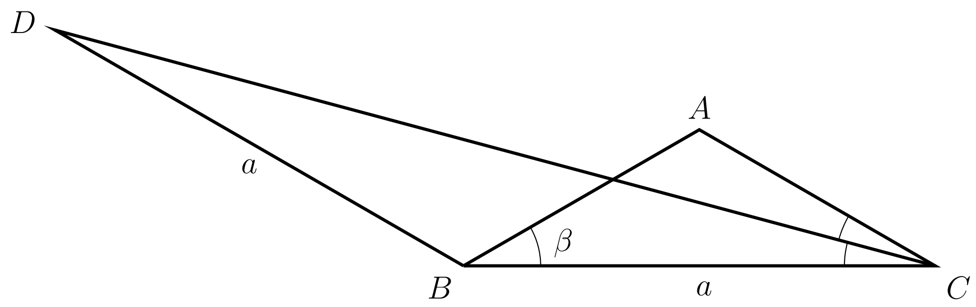
Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 15 points

NOM :

PRENOM :

Groupe

1. La figure ci-dessous est constituée d'un triangle isocèle ABC de base BC et du triangle isocèle BCD tel que sa base CD soit la bissectrice de l'angle $\widehat{BCA}$.



Calculer l'aire S du triangle BCD connaissant la mesure des côtés AB et AC et la valeur de $\cos\beta$:

$$AB = AC = 125 \qquad \text{et} \qquad \cos\beta = \frac{7}{25}\,. \qquad S = 2352$$ 3,5 pts

2. Résoudre l'équation suivante :

$$2\,\cos^2(x) + [\,2 + \operatorname{cotg}(x)\,]\cdot[\,-3 + \sin(2x)\,] + 5 = 0\,.$$ 3,5 pts

$S = \left\{\,\frac{\pi}{4} + k\pi\,,\ \pm\frac{\pi}{3} + k\pi\,,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

3. a) Déterminer, **sans machine à calculer**, la valeur de

$$\varphi = \operatorname{Arccos}\left(-\tfrac{3}{5}\right) + \operatorname{Arccos}\left(-\tfrac{4}{5}\right)\,. \qquad \varphi = \tfrac{3\pi}{2}$$ 1,5 pts

b) Résoudre l'équation suivante :

$$2\ \operatorname{Arctg}(x) + \operatorname{Arctg}(4x) = \frac{\pi}{2}\,. \qquad S = \{\tfrac{1}{3}\}$$ 2,5 pts

4. Résoudre l'inéquation suivante sur l'intervalle donné :

$$\ln\left[\,\sqrt{3} + \operatorname{tg}(x)\,\right] - \tfrac{1}{2}\cdot\ln(3) \le -\ln\left[\,-\cos(x)\,\right], \qquad x \in [\,0\,,\,2\pi\,]\,.$$ 4 pts

$S = \left]\,\frac{2\pi}{3}\,,\pi\,\right] \cup \left[\,\frac{4\pi}{3}\,,\frac{3\pi}{2}\,\right[$

Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x\, \cos y + \cos x\, \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x\, \cos y - \sin x\, \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x\, \operatorname{tg} y}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \qquad \operatorname{tg}^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\sin(y) = -\frac{1}{2}\,[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}(\frac{x}{2})$:

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}$$