Contrôle d'analyse II N°2

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________

Groupe ☐

PRENOM : ______________________

1. En utilisant les tests d'invariance de Bioche, résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné :

$$\sin(2x) + \frac{\sqrt{3}}{2} = \operatorname{tg}(x) + \frac{2}{\sqrt{3}} \cos^2(x - \tfrac{\pi}{6}), \qquad x \in \left]-\pi\,, \tfrac{5\pi}{4}\right]. \qquad 4 \text{ pts}$$

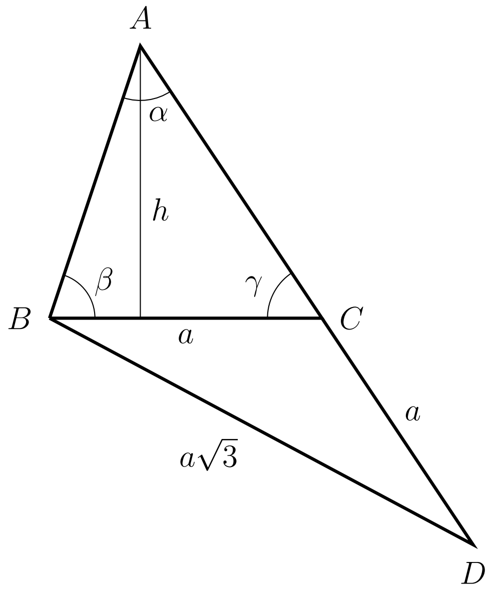
2. De la figure ci-contre, on connaît les grandeurs suivantes :

$BC = CD = a\,, \quad BD = a\sqrt{3}$

et $\beta = 75°$.

a) Déterminer la valeur exacte de $\sin(\alpha)$ et de $\sin(\beta)$.

b) Calculer la mesure exacte de la hauteur h du triangle ABC issue de A.



4,5 pts

3. Calculer la valeur de $\varphi = \operatorname{Arcsin}\left(\sqrt{1-x^2}\right) + \operatorname{Arcsin}\left(|x|\right)$.

Puis en déduire la représentation graphique de $y = \operatorname{Arcsin}\left(\sqrt{1-x^2}\right)$. 3 pts

4. Résoudre l'équation suivante :

$$2\ \operatorname{Arctg}(x) + \operatorname{Arctg}(x^2 - 1) = -\frac{\pi}{2}\,. \qquad 3{,}5 \text{ pts}$$

Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \, \cos y + \cos x \, \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x \, \cos y - \sin x \, \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \, \operatorname{tg} y}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \qquad \operatorname{tg}^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\sin(y) = -\frac{1}{2}\,[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ **et** $\operatorname{tg} x$ **en fonction de** $\operatorname{tg}(\frac{x}{2})$ **:**

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}$$