Contrôle d'analyse II N°2

Durée : 1 heure 30 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________

Groupe ☐

PRENOM : ______________________

1. Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné :

$$\frac{3 + 3\,\sin(2x)}{1 + 2\,\cos^2(x)} - \operatorname{tg}(x) = 2\,, \qquad x \in [\,0\,,\,\pi\,]\,.$$ 3,5 pts

2. a) Calculer l'angle φ défini par $\varphi = \operatorname{Arccos}(x) + \operatorname{Arccos}(-x)\,, \quad x \in [-1\,,\,1\,]\,.$
Justifier votre réponse.

b) **Sans utiliser de machine à calculer**, résoudre l'équation suivante :

$$2\ \operatorname{Arcsin}(x) + \operatorname{Arccos}(-\tfrac{7}{25}) = \pi\,.$$

Justifier votre réponse. 4,5 pts

3. Dans le plan, on considère un triangle ABC.

On note $a = BC\,,\ b = AC\,,\ c = AB$ et $\alpha = \widehat{BAC}\,,\ \beta = \widehat{ABC}\,,\ \gamma = \widehat{ACB}\,.$

On considère le point M du segment BC tel que $CM = 1\,.$

Sachant que $c = 15\sqrt{2}\,,\ \cos(\beta) = \dfrac{7\sqrt{2}}{10}$ et $\cos(\mu_1) = -\dfrac{4}{5}$ où $\mu_1 = \widehat{AMB}\,,$
déterminer la valeur exacte de la mesure de l'angle γ. 4,5 pts

4. Résoudre l'inéquation suivante :

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq \log_{\frac{1}{2}}(\tfrac{1}{x}) + \log_{\frac{1}{2}}(x+3) + 1\,.$$ 2,5 pts

---

Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x\ \cos y + \cos x\ \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x\ \cos y - \sin x\ \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x\ \operatorname{tg} y}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \qquad \operatorname{tg}^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\cos(x+y)+\cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\sin(y) = -\frac{1}{2}\,[\cos(x+y)-\cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\sin(x+y)+\sin(x-y)]$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}(\frac{x}{2})$:

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}$$