

Contrôle d'analyse II N°2

Durée : 1 heure 40 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

1. Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné :

$$1 - 2 \sin(2x) = -3 \cotg(x) + 4 \cos^2(x), \quad x \in [0, 2\pi]. \quad 3,5 \text{ pts}$$

2. On considère l'équation suivante :

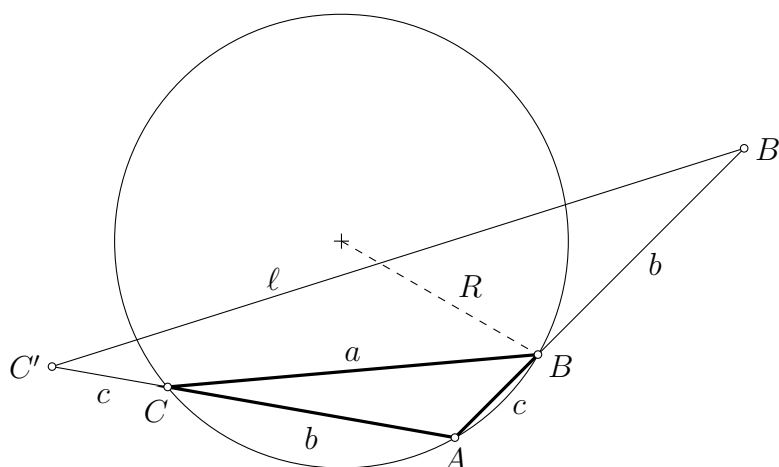
$$2 \operatorname{Arcsin}\left(\frac{2}{x}\right) + \operatorname{Arcsin}\left(\frac{7}{x}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

a) Déterminer son domaine de définition.

b) Résoudre cette équation **sans l'aide d'une machine à calculer**. 4,5 pts

3. De la figure ci-dessous, on connaît les éléments suivants :

- la somme des mesures des côtés AC et AB : $b + c = 7$, ($c < b$),
- le rayon R du cercle circonscrit $R = \frac{5\sqrt{5}}{2}$,
- la mesure ℓ du segment $B'C'$: $\ell = \frac{21\sqrt{10}}{5}$,

a) Déterminer la mesure de l'angle $\alpha = \widehat{BAC}$ et celle du côté a .b) Déterminer la valeur du produit $b \cdot c$, puis en déduire la mesure des côtés b et c . 4 pts

Tourner la page

4. Résoudre l'équation suivante :

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{3x+3}{(x-5)^2} \right) \geq 1 + \log_{\frac{1}{2}}(12x) - 2 \log_{\frac{1}{2}}(5-x).$$

3 pts

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$