Contrôle d'analyse II N°2

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________________

PRENOM : ______________________________

Groupe ☐

1. Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné.

$$2\cos^2(x) - \sin(2x) + 3\cos(x) - \sin(x) + 1 = 0\,, \qquad x \in [\,0\,,\,2\pi\,]\,.$$ 3,5 pts

2. Résoudre l'équation suivante.

$$2\,\mathrm{Arcsin}\left(\tfrac{x-1}{2}\right) + \mathrm{Arcsin}\left(\tfrac{x+1}{4}\right) = -\frac{\pi}{2}\,.$$ 3,5 pts

3. Résoudre l'inéquation suivante

$$\log_a(4-x) + a \;\leq\; a \cdot \log_a(x+2) - 1\,,$$

i) pour $a = 2$,

ii) puis, pour $a = \frac{1}{2}$. 3,5 pts

4. Dans le plan, on considère un triangle ABC.

On note $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ et $\alpha = \widehat{BAC}$, $\beta = \widehat{ABC}$, $\gamma = \widehat{ACB}$.

De ce triangle ABC, on connaît la mesure des trois côtés :

$$a = 2\,, \quad b = 4 \quad \text{et} \quad c = 3\,.$$

On considère le point I du segment BC tel que la droite AI soit la bissectrice de l'angle α.

Calculer la mesure d du segment AI, (on demande la valeur exacte de d). 4,5 pts

---

Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x\ \cos y + \cos x\ \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x\ \cos y - \sin x\ \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x\ \operatorname{tg} y}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \qquad \operatorname{tg}^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ **et** $\operatorname{tg} x$ **en fonction de** $\operatorname{tg}(\frac{x}{2})$ **:**

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$